

# “입자 가속기 (particles)” 문제 풀이

작성자: 박상훈

## 부분문제 1

IOI 입자 생성에 실패한 방은 트리에서 지워버린다고 생각해도 무방하다. 즉, 포레스트에서 문제를 해결한다고 생각한다. 각 컴포넌트에서 할 수 있는 충돌 실험의 횟수는 IOI 입자의 개수의 절반을 넘지 않는 최대 정수다. 매 실험마다 IOI 입자가 2개씩 사라지므로 이보다 충돌 실험을 많이 할 수 없다. 충돌 실험에 쓰일 두 입자를 아무거나 고른 후, 그 둘 사이에 다른 입자가 있으면 둘 중 하나를 그 입자로 교체하는 것을 반복하면 실험을 구성할 수 있다. 따라서, 매 쿼리마다 Tree DP로 각 컴포넌트에 있는 IOI 입자의 개수를  $O(N)$  시간에 세면 문제를 해결할 수 있다.

## 부분문제 2

세그먼트 트리로 문제를 해결한다.  $l$ 이상  $r$ 이하 구간을 나타내는 노드에 대해,  $l$ 이상  $r$ 이하의 방만 존재한다고 생각하고 다음 4가지 값을 저장한다: 충돌 실험 횟수의 최댓값, 가장 왼쪽 컴포넌트에 있는 IOI 입자 개수, 가장 오른쪽 컴포넌트에 있는 IOI 입자 개수, IOI 입자 생성에 실패한 방의 개수. 케이스워크를 통해 세그먼트 트리에서 왼쪽 자식 노드와 오른쪽 자식 노드를  $O(1)$  시간에 합칠 수 있다. 따라서, 문제를 쿼리당  $O(\log N)$  시간에 해결할 수 있다.

## 부분문제 3

각 컴포넌트에 속하는 정점을 명시적으로 관리하는 방식으로 해결할 수 있다. IOI 입자 생성에 실패할 경우, 새로 생기는 컴포넌트를 DFS로  $O(N)$  시간에 구해줄 수 있다. 각 정점이 어떤 컴포넌트에 속하는지 저장해두면 IOI 입자 생성에 성공했을 때  $O(1)$  시간에 답을 갱신할 수 있다. IOI 입자 생성에 실패하는 경우가 적기 때문에 부분문제 3을 해결할 수 있다.

## 부분문제 4

어떤 두 IOI 입자를 선택해도 그 경로 위에 존재하지 않는 방이 있다면, 그 방은 IOI 입자 생성에 실패해도 답에 영향을 주지 않는다. DFS를 통해 이러한 방을  $O(N)$  시간에 모두 찾아줄 수 있다. IOI 입자 생성에 성공하거나, 답에 영향을 줄 수도 있는 방에서 IOI 입자 생성에 실패했을 경우, DFS를 다시 해서 정보를 갱신한다. DFS를 할 때마다 IOI 입자 개수가 증가하거나, IOI 입자가 있는 컴포넌트 개수가 증가하므로, DFS를 하는 횟수는 IOI 입자 개수의 최댓값의 두 배 이하이다. 따라서, 부분문제 4를 시간제한 내에 해결할 수 있다.

## 부분문제 5

트리의 루트를 0으로 설정한다. DFS ordering으로  $N$ 개의 정점의  $in$ 과  $out$ 을 모두 기록한 길이  $2N$ 의 배열을 계산한다. 쿼리를 처리할 때마다 다음 성질을 만족하도록 길이  $2N$ 의 배열  $A$ 를 관리한다: 컴포넌트의 루트  $v$ 에 대해,  $\sum_{i=in[v]}^{out[v]} A[i] = 0$ ,  $out[v] = -(\text{컴포넌트에 있는 IOI 입자의 개수})$ . 이때, 컴포넌트의 루트는 깊이가 최소인 유일한 정점으로 정의한다. 어떤 정점이 속하는 컴포넌트의 루트는 구간 업데이트를 지원하는 세그먼트 트리를 이용하면  $O(\log N)$  시간에 갱신, 계산 가능하다. 방  $x$ 에서 IOI 입자 생성에 성공했을 경우,  $A[in[x]]$ 에 1을 더하고  $A[out[root]]$ 에  $-1$ 을 더하면 배열  $A$ 의 조건을 만족하면서  $A$ 를 갱신할 수 있다. 방  $y$ 에서 IOI 입자 생성에 실패했을 경우,  $y$ 의 자식을 보면서 각각 새로운 컴포넌트의 루트로 설정해준다.  $y$ 의

자식  $z$ 에 대해,  $z$ 가 속하게 되는 새로운 컴포넌트에 있는 IOI 입자는  $\sum_{i=in[z]}^{out[z]} A[i]$ 가 된다.  $z$ 의 서브트리 구간에 속하는 다른 컴포넌트에 대해  $A$ 의 구간합은 0이기 때문이다. 따라서,  $y$ 의 차수를  $d$ 라고 할 때  $O(d \log N)$  시간에 갱신할 수 있다. 따라서, 전체 시간복잡도는  $O(N + Q \log N)$ 이 된다.